

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования

“МАТИ” — РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. К. Э. ЦИОЛКОВСКОГО

Кафедра “Моделирование систем и информационные технологии”

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА НА ПАСКАЛЕ

Методические указания к лабораторной работе по курсу
“Алгоритмические языки и программирование”

Составитель В. В. Лидовский

Москва 2006

ВВЕДЕНИЕ

Настоящие методические указания предназначены для обеспечения учебного процесса студентов второго курса дневной формы обучения специальности 220200 “АСОИиУ” при выполнении лабораторной работы по предмету “Алгоритмические языки и программирование”.

Цель лабораторной работы: изучить простейшие методы программирования на языке Паскаль на примере реализации вычисления простых чисел и дальнейших действий с ними.

1. СИСТЕМНЫЕ ТРЕБОВАНИЯ

Для выполнения лабораторной работы необходимы следующие системные компоненты:

- а) компьютер, работающий под управлением операционной системы Linux;
- б) компилятор Free Pascal версии не ранее 2000 года.

2. СВОЙСТВА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

Простые числа — это целые числа, большие 1, которые делятся только на себя и на 1. Первые 10 простых чисел — это 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29. Количество простых чисел бесконечно — это легко доказать (впервые такое доказательство привел Евклид) от противного. Действительно, если предположить, что существует наибольшее простое число p_{\max} , то это будет означать, что любое число, большее p_{\max} , должно делиться на одно из простых чисел $p_1, p_2, \dots, p_{\max}$, т. е. на одно из простых чисел $\leq p_{\max}$. Но число $p_1 p_2 \dots p_{\max} + 1$ (числа такого вида иногда называют *числами Евклида*) больше p_{\max} и ни на одно из них не делится.

Известно, что число простых чисел, меньших n , при $n \rightarrow \infty$ равно

$$\frac{n}{\ln n} + \frac{n}{\ln^2 n} + \frac{2!n}{\ln^3 n} + \frac{3!n}{\ln^4 n} + \dots, \quad (1)$$

при $n \geq 67$ число простых чисел строго меньше

$$\frac{n}{\ln n - \frac{3}{2}} \quad (2)$$

и строго больше

$$\frac{n}{\ln n - \frac{1}{2}}, \quad (3)$$

и, более того, само n -е простое число p_n при $n \geq 20$ ограничено неравенствами

$$n(\ln n + \ln \ln n - \frac{3}{2}) < p_n < n(\ln n + \ln \ln n - \frac{1}{2}). \quad (4)$$

Однако точная формула для вычисления p_n не известна — не известна даже формула для генерации любой бесконечной последовательности простых чисел.

Ряд, составленный из чисел, обратных простым, является расходящимся

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} + \frac{1}{11} + \dots + \frac{1}{p_n} \right) = \ln \ln p_n + \mathcal{M}, \quad (5)$$

где $\mathcal{M} \approx 0.261497$ — это *константа Мертенса*.

Вычисления с простыми числами лежат в основе многочисленных информационных технологий: криптографических методов без передачи ключей, электронной подписи, электронных денег и др.

3. СХЕМА РАСЧЕТА ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ

Один из первых способов вычисления всех простых чисел основан на использовании “решета Эратосфена*”, которое пропускает только простые числа. “Решето” сначала отсеивает все четные числа, затем все числа, кратные 3, затем все числа, кратные 5, и т. д. Алгоритм “решета Эратосфена” иногда используется в программах для оценки быстродействия компьютеров — компьютер тем быстрее, чем больше простых чисел он сможет найти за заданное время.

Таким образом, для каждого числа n его проверка на простоту может быть организована как “просев” через “решето Эратосфена”, т. е. делением n на все простые числа, не большие \sqrt{n} . Если одно из делений будет успешным, т. е. с нулевым остатком, то n — непростое. Если же все деления будут неуспешны, то n — простое.

Для упрощения алгоритма проверки можно в качестве делителей брать все числа от 2 до $n - 1$.

Для нахождения остатка от деления рекомендуется использовать стандартную операцию языка Паскаль mod.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ

4.1. Требования к структуре программы

Программа должна содержать подпрограмму для проверки аргумента-числа на простоту (функция с результатом логического типа) и четыре подпрограммы для вычисления среднего квадратического, арифметического, геометрического и гармонического (функции с параметром-массивом и с вещественным скалярным результатом).

* древнегреческий ученый (III-II век до н.э.), впервые вычислил точный размер Земли

Программа должна решать следующие задачи:

- 1) определение, является ли введенное пользователем число простым;
- 2) нахождение количества простых чисел, меньших k_1 , и проверка найденного значения на соответствие формулам (2) и (3);
- 3) форматная (в виде таблицы) распечатка 100 первых простых чисел;
- 4) проверка k_2 -го простого числа на соответствие формуле (4);
- 5) подсчет средних (квадратического, арифметического, геометрического и гармонического) первых 100 простых чисел.

Числа k_1 и k_2 определяются вариантом задания.

4.2 Анализ результатов

Проверить соответствие теоретических формул полученным результатам. Чем объясняются расхождения с формулой (1)?

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Описать алгоритм проверки числа на простоту.
2. Каким способом лучше передавать параметр-число в функцию для проверки на простоту?
3. Каковы отношения между полученными средними значениями?

6. ВАРИАНТЫ РАБОТ

Лабораторная работа по теме “Простые числа на Паскале” имеет 7 вариантов заданий:

1. $k_1 = 1200$, $k_2 = 100$;
2. $k_1 = 500$, $k_2 = 50$;
3. $k_1 = 2000$, $k_2 = 20$;
4. $k_1 = 100$, $k_2 = 40$;
5. $k_1 = 200$, $k_2 = 21$;
6. $k_1 = 400$, $k_2 = 100$;
7. $k_1 = 70$, $k_2 = 92$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бородин Ю.С., Вальвачев А.Н., Кузьмич А.И. *Паскаль для персональных компьютеров* — Минск: Вышэйшая школа, БФ ГИТМП “НИКА”, 1991. — 369 с.
2. Зуев Е.А. *Язык программирования Turbo Pascal 6.0* — М.: Унитех, 1992. — 298 с.
3. Грэхэм Р., Кнут Д.Н., Паташник О. *Конкретная математика* — М.: Мир, 1998. — 703 с.
4. Петерсен Р. *Linux: полное руководство* — Киев: “Ирина” ВНУ, 2000. — 642 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ПРИМЕР ПОДПРОГРАММЫ

для расчета среднего арифметического заданных массивом-аргументом неотрицательных целых чисел

```
function average(a: array of word): real;
const
  sum: longint = 0;
var
  i: word;
begin
  for i := 0 to high(a) do
    sum := sum + a[i];
  average := sum/(high(a) + 1)
end;
```

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ПРИМЕР ИТОГОВОЙ РАСПЕЧАТКИ

Введите число: 4

4 - непростое число.

Простых чисел, меньших 1000, - 168.

156 < 168 < 185 - верно.

Первые 100 простых чисел.

2 3 5 7 11 13 17 19 23 29
...

97-е простое число - это 509.

445 < 509 < 543 - верно.

Средние 100 первых простых чисел

арифметическое - 241.33

...

ОГЛАВЛЕНИЕ

	стр.
Введение	3
1. Системные требования	3
2. Свойства простых чисел	3
3. Схема расчета простых чисел	4
4. Порядок выполнения лабораторной работы ...	4
4.1. Требования к структуре программы	4
4.2. Анализ результатов	5
5. Контрольные вопросы	5
6. Варианты работ	5
Литература	5
Приложение 1	6
Приложение 2	6

Владимир Викторович Лидовский

ПРОСТЫЕ ЧИСЛА НА ПАСКАЛЕ

Методические указания к лабораторной работе по курсу
“Алгоритмические языки и программирование”

Редактор М. А. Соколова

Оригинал-макет подготовлен в пакете Plain-TeX